Buletin Ilmiah Mat. Stat. dan Terapannya (Bimaster)
Volume 09, No. 3 (2020), hal 405-412.

PEWARNAAN TOTAL PADA GRAF RAJA

Fransisca Febrianti Sundari, Neva Satyahadewi, Shantika Martha

INTISARI

Pewarnaan total graf merupakan pewarnaan sisi dan simpul sehingga tidak terdapat dua sisi dan dua simpul yang saling bertetangga serta setiap sisi dan simpul saling bersisian memiliki warna yang sama. Pada pewarnaan total graf berlaku $\Delta(G)+1 \leq \chi''(G) \leq \Delta(G)+2$ *dengan* $\Delta(G)$ *adalah derajat maksimum graf dan* $\chi''(G)$ *adalah jumlah minimum warna yang diperlukan dalam pewarnaan total. Tujuan pewarnaan total adalah untuk menentukan jumlah warna minimum yang dapat digunakan untuk mewarnai setiap sisi dan simpul pada graf. Penelitian ini membahas tentang algoritma pewarnaan total serta pengaruh sisi dan simpul terhadap bilangan kromatik pada graf raja. Algoritma pewarnaan total pada graf raja meliputi pembentukan graf raja, penentuan himpunan bebas sisi dengan syarat gabungan semua himpunan bebas sisi sama dengan himpunan sisi, pemberian warna pada sisi berdasarkan himpunan bebas sisi, pemberian warna pada simpul dan penentuan bilangan kromatik berdasarkan pada kaidah pewarnaan total. Graf raja dilambangkan dengan* $K_{m,n}$ *dengan* m *adalah banyaknya baris dan* n *adalah banyaknya kolom pada papan catur. Berdasarkan penelitian ini diperoleh bahwa bilangan kromatik pada graf raja* $K_{1,n}$ *yaitu* $\Delta(K_{1,n})+1$ *untuk* $n=3$ *dan* $\Delta(K_{1,n})+2$ *untuk* $n=2$ *dan* $n \geq 4$*, bilangan kromatik pada graf raja* $K_{2,n}$ *yaitu* $\Delta(K_{2,n})+1$ *untuk* $n=3$ *dan* $\Delta(K_{2,n})+2$ *untuk* $1 \leq n \leq 2$ *dan* $n \geq 4$*, bilangan kromatik pada graf raja* $K_{3,n}$ *yaitu* $\Delta(K_{3,n})+1$ *untuk* $1 \leq n \leq 2$ *dan* $\Delta(K_{3,n})+2$ *untuk* $n \geq 3$*, bilangan kromatik pada graf raja* $K_{4,n}$ *yaitu* $\Delta(K_{4,n})+2$ *untuk* $n \geq 1$ *dan bilangan kromatik pada graf raja* $K_{5,n}$ *yaitu* $\Delta(K_{5,n})+2$ *untuk* $n \geq 1$*. Selain itu juga diperoleh bahwa sisi dan simpul sangat berpengaruh terhadap bilangan kromatik pewarnaan total pada graf raja.*

Kata Kunci : *bilangan kromatik, derajat maksimum, algoritma.*

PENDAHULUAN

Graf merupakan salah satu pokok bahasan dalam matematika diskrit yang terus dikembangkan hingga saat ini. Walaupun teori graf merupakan teori yang sudah cukup tua, namun penggunaan teori graf dalam terapan terus berkembang. Graf digunakan untuk menggambarkan objek-objek diskrit dan hubungan antara objek-objek tersebut. Representasi visual dari graf adalah dengan menyatakan objek sebagai noktah, bulatan atau simpul sedangkan hubungan antara objek dinyatakan dengan garis [1].

Teori graf memiliki peranan penting dalam beberapa masalah pada kehidupan sehari-hari karena dapat diaplikasikan dalam ilmu alam dan ilmu sosial dalam berbagai aspek, termasuk ilmu komputer, fisika, kimia, biologi, genetika, psikologi, ekonomi, ilmu manajemen dan sebagainya [2]. Berdasarkan teori pewarnaan graf, terdapat tiga macam pewarnaan yaitu pewarnaan simpul, pewarnaan sisi dan pewarnaan wilayah (*region*). Pada penelitian ini akan dibahas mengenai pewarnaan total pada graf.

Pewarnaan total pada graf G adalah pemberian warna sisi dan simpul pada G dimana pembedaan warna ditentukan oleh setiap dua sisi dan setiap dua simpul yang saling bertetangga, serta setiap sisi dan simpul yang saling bersisian [3]. Pewarnaan total graf bertujuan untuk mewarnai seluruh sisi dan simpul sehingga diperoleh jumlah warna minimum yang digunakan untuk mewarnai setiap sisi dan simpul pada graf dan jumlah warna minimum tersebut disebut bilangan kromatik. Pada tahun 2015, Gupta dkk memperkenalkan suatu algoritma untuk pewarnaan total [4]. Tujuan pewarnaan total dalam penelitian ini adalah mengkaji tentang algoritma pewarnaan total pada graf dan menentukan bilangan kromatik dari graf raja. Graf raja merupakan graf yang diperoleh dari perjalanan raja dalam permainan catur. Graf raja dipilih karena pola perjalanan raja dalam permainan catur memiliki pola yang lebih teratur.

PEWARNAAN PADA GRAF

Pewarnaan graf merupakan bagian dari materi teori graf yang memiliki banyak aplikasi pada kehidupan sehari-hari. Pewarnaan graf merupakan kasus khusus dalam pelabelan graf. Pelabelan yang dimaksud adalah memberikan pewarnaan pada simpul ataupun sisi dengan batas dan aturan tertentu [1].

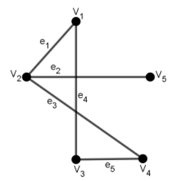
Definisi 1 [1] *Graf G didefinisikan sebagai pasangan himpunan (V, E), ditulis dengan notasi $G = (V, E)$, yang dalam hal ini V adalah himpunan tidak kosong dari simpul-simpul dan E adalah himpunan sisi yang menghubungkan sepasang simpul.*

Beberapa terminologi dasar graf yang berkaitan dengan teori graf yang digunakan dalam penelitian ini yaitu bertetangga, bersisian, derajat dan himpunan bebas sisi. Dua buah simpul pada graf tak berarah G dikatakan bertetangga bila keduanya terhubung langsung dengan sebuah sisi. Dengan kata lain, u bertetangga dengan v jika (u, v) adalah sebuah sisi pada graf G. Untuk sembarang sisi $e = (u, v)$, sisi e dikatakan bersisian dengan simpul u dan simpul v. Derajat suatu simpul pada graf tak berarah adalah jumlah sisi yang bersisian dengan simpul tersebut, dan di notasikan dengan $d(v)$ untuk derajat simpul v.

Definisi 2 [5] *Himpunan bebas sisi dari graf G adalah subset dari $E(G)$ sehingga tidak ada dua sisi dalam subset tersebut yang mempunyai simpul pembentuk / ujung yang sama di G.*

Selanjutnya dari Definisi 2, diberikan contoh himpunan bebas sisi sebagai berikut.

Contoh 3 Diberikan sebuah graf G dengan $G = (\{v_1, v_2, \dots, v_5\}, \{e_1, e_2, \dots, e_5\})$ diperlihatkan seperti Gambar 1.



Gambar 1 Graf G dengan Lima Simpul dan Lima Sisi

Berdasarkan Gambar 1, graf G dengan $E(G) = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5\}$, mempunyai himpunan bebas sisi yang mungkin antara lain $\{e_1\}, \{e_2\}, \{e_3\}, \{e_4\}, \{e_5\}, \{e_1, e_5\}, \{e_2, e_4\}, \{e_2, e_5\}$ dan $\{e_3, e_4\}$.

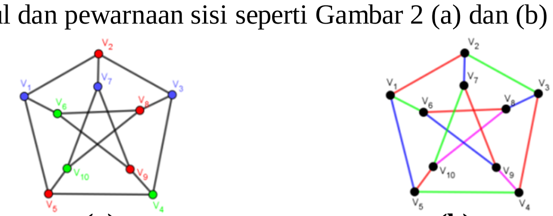
Pada penelitian ini. pewarnaan graf yang digunakan terdiri dari pewarnaan simpul dan pewarnaan sisi. Definisi dari pewarnaan simpul dan pewarnaan sisi sebagai berikut.

Definisi 4 [1] *Pewarnaan simpul adalah memberi warna pada simpul-simpul pada graf sedemikian sehingga tidak ada dua simpul yang bertetangga mempunyai warna yang sama.*

Definisi 5 [6] *Pewarnaan sisi adalah memberi warna berbeda pada sisi yang bertetangga sehingga tidak ada dua sisi yang bertetangga mempunyai warna sama.*

Kemudian dari Definisi 4 dan Definisi 5, diberikan contoh graf untuk pewarnaan simpul dan pewarnaan sisi, sebagai berikut.

Contoh 6 Diberikan sebuah graf G dengan $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, \dots, v_{10}\}$ dan $E(G) = \{e_1, e_2, \dots, e_{15}\}$ dengan pewarnaan simpul dan pewarnaan sisi seperti Gambar 2 (a) dan (b) berikut.



(a) **(b)**

Gambar 2 (a) Pewarnaan Simpul dan (b) Pewarnaan Sisi

Dalam pewarnaan simpul, tidak hanya sekedar mewarnai simpul-simpul dengan warna yang berbeda dari warna simpul yang bertetangga saja, tetapi juga menginginkan jumlah macam warna yang digunakan seminimum mungkin. Jumlah warna minimum yang dapat digunakan untuk mewarnai simpul disebut bilangan kromatik graf G, dinotasikan dengan $\chi(G)$ [1]. Bilangan kromatik untuk graf G pada Contoh 6 Gambar 2(a) adalah tiga, dengan kata lain $\chi(G) = 3$. Sama halnya dengan pewarnaan simpul, di dalam pewarnaan sisi juga diperlukan warna minimum dalam pewarnaan graf. Jumlah warna minimum pada pewarnaan sisi di suatu graf G pada Gambar 2 (b) disebut sebagai indeks kromatik yang disimbolkan dengan $\chi^{'}(G)$. Indeks kromatik untuk graf G pada Contoh 6 Gambar 2(b) adalah empat, dengan kata lain $\chi^{'}(G) = 4$.

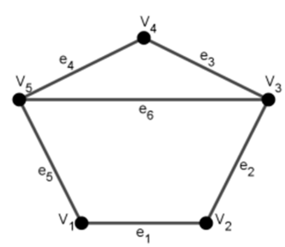
PEWARNAAN TOTAL PADA GRAF

Pewarnaan total pada graf G adalah pemberian warna sisi dan simpul pada G dimana pembedaan warna ditentukan oleh setiap dua sisi dan setiap dua simpul yang saling bertetangga, serta setiap sisi dan simpul yang saling bersisian [3]. Pewarnaan yang menggunakan sebanyak k warna disebut pewarnaan k total. Bilangan kromatik total $(\chi^{''}(G))$ pada G adalah jumlah warna minimum yang dibutuhkan untuk pewarnaan total pada G. Jika C adalah himpunan warna simpul dan sisi yang digunakan untuk pewarnaan total dan v adalah simpul dari G dengan derajat tertinggi $(\Delta(G))$, maka C ditentukan dari v yang bersisian terhadap sisi, sehingga saling berbeda warna termasuk terhadap v itu sendiri.

Pada pewarnaan total graf, terdapat konjektur yang menyatakan bahwa $\Delta(G) + 1 \leq \chi''(G) \leq \Delta(G) + 2$ dengan $\Delta(G)$ adalah derajat maksimum graf dan $\chi''(G)$ adalah jumlah minimum warna yang diperlukan dalam pewarnaan total [3]. Pewarnaan total graf memiliki algoritma yang bertujuan untuk mewarnai graf secara total seperti yang diajukan oleh Gupta dkk [4]. Diketahui $V(G)$ adalah himpunan simpul, $E(G)$ adalah himpunan sisi dan C adalah himpunan warna simpul dan sisi. Algoritma pewarnaan total graf sebagai berikut.

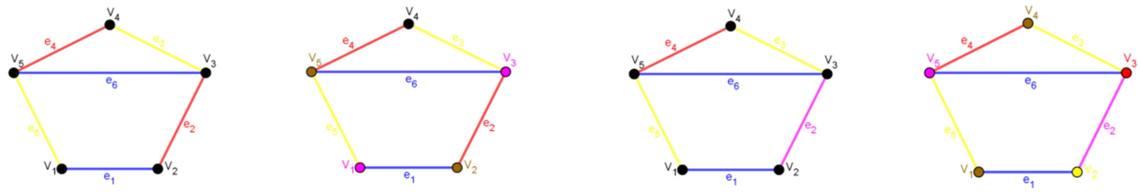
1. Menentukan himpunan bebas sisi.
2. Menentukan warna sisi berdasarkan langkah satu.
3. Memeriksa warna yang tersisa untuk $\Delta(G) + 2$.
4. Mewarnai simpul dengan warna yang tersisa di C. Jika semua simpul dan sisi telah diwarnai, lanjut ke langkah lima. Jika masih ada simpul dan sisi yang belum mempunyai warna yang tepat, kembali ke langkah dua dan lakukan perombakkan pada pewarnaan.
5. Berhenti dengan pewarnaan total.

Contoh 7 Diberikan graf $G = (\{v_1, v_2, \dots, v_5\}, \{e_1, e_2, \dots, e_6\})$ pada Gambar 3 berikut.



Gambar 3 Graf G dengan Lima Simpul dan Enam Sisi

Derajat tertinggi graf G, $\Delta(G) = 3$ (di simpul v_5 dan v_3). Langkah pertama, diperoleh himpunan bebas sisi $\{e_2, e_4\}, \{e_3, e_5\}$ dan $\{e_1, e_6\}$. Langkah kedua, berdasarkan himpunan bebas sisi yang diperoleh, masing-masing diberi warna C_1, C_2 dan C_3 untuk menentukan warna sisi berdasarkan langkah pertama seperti pada Gambar 4 (a). Langkah ketiga, warna yang tersisa adalah C_4 dan C_5. Langkah keempat, mewarnai simpul dengan warna yang tersisa di C seperti pada Gambar 4 (b). Terdapat simpul v_4 yang tidak dapat diwarnai dengan warna yang tersisa, maka akan dilakukan pewarnaan ulang sisi seperti langkah kedua pada Gambar 4 (c). Pewarnaan ulang sisi menggunakan warna minimum sebanyak empat warna sehingga dapat diperoleh $\chi'(S) = 4$. Langkah kelima, berhenti dengan pewarnaan total seperti pada Gambar 4 (d).

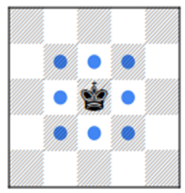


(a) (b) (c) (d)

Gambar 4 Pewarnaan Sisi, (b) Pewarnaan Simpul, (c) Pewarnaan Ulang Sisi dan (d) Hasil Pewarnaan Total

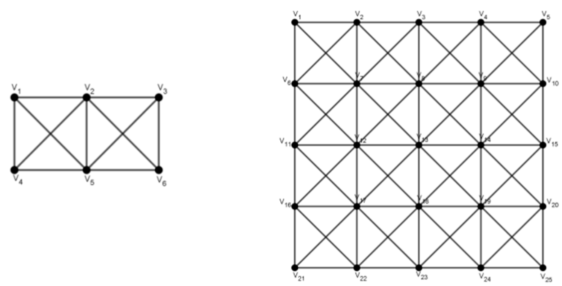
PEWARNAAN TOTAL PADA GRAF RAJA

Pada permainan catur, raja dapat bergerak satu petak ke segala arah. Pola pergerakan raja dapat dilihat pada Gambar 5 berikut.



Gambar 5 Pola Pergerakan Raja

Graf raja dilambangkan dengan $K_{m,n}$ dengan m adalah banyaknya baris dan n adalah banyaknya kolom pada papan catur. Misalkan untuk papan catur berukuran 2×3 dan papan catur berukuran 5×5, graf $K_{2,3}$ dan $K_{5,5}$ yang terbentuk berturut-turut ditunjukkan pada Gambar 6 (a) dan (b) berikut.



(a) (b)

Gambar 6 (a) Graf $K_{2,3}$ dan (b) Graf $K_{5,5}$

Pewarnaan total pada graf raja dilakukan dengan menggunakan algoritma [4]. Pewarnaan total dilakukan pada simpul dan sisi dari graf perjalanan raja. Pada penelitian ini, akan dibahas pewarnaan total pada graf raja $K_{m,n}$ dengan $1 \leq m \leq 5$.

Adapun pewarnaan total graf raja $K_{m,n}$ dijelaskan sebagai berikut.

Pewarnaan Total pada Graf $K_{1,n}$

Diberikan graf $K_{1,5} = (\{v_1, v_2, \dots, v_5\}, \{e_1, e_2, \dots, e_4\})$ seperti pada Gambar 7(a). Derajat tertinggi $\Delta(K_{1,5}) = 2$ (di simpul v_2, v_3 dan v_4). Langkah pertama, akan dicari himpunan bebas sisi pada graf $K_{1,5}$. Berdasarkan Definisi 2, diperoleh himpunan bebas sisi $\{e_1, e_3\}$ dan $\{e_2, e_4\}$. Langkah kedua, berdasarkan himpunan bebas sisi yang diperoleh, masing-masing diberi warna C_1 dan C_2 untuk menentukan warna sisi berdasarkan langkah pertama. Graf $K_{1,5}$ yang telah dilakukan pewarnaan sisi ditunjukkan pada Gambar 7 (b). Berdasarkan Gambar 7 (b), pewarnaan sisi pada graf $K_{1,5}$ menggunakan warna minimum sebanyak dua warna sehingga dapat diperoleh $\chi'(K_{1,5}) = 2$. Langkah ketiga, warna yang tersisa adalah C_3 dan C_4. Langkah keempat, mewarnai simpul dengan warna yang tersisa di C. Graf $K_{1,5}$ yang telah dilakukan pewarnaan simpul ditunjukkan pada Gambar 7 (c).

Berdasarkan Gambar 7 (c), pewarnaan simpul pada graf $K_{1,5}$ menggunakan warna minimum sebanyak dua warna sehingga dapat diperoleh $\chi'(K_{1,5}) = 2$. Langkah kelima, berhenti dengan pewarnaan total. Graf $K_{1,5}$ yang telah dilakukan pewarnaan total ditunjukkan pada Gambar 7 (d).

(a) (b) (c) (d)

Gambar 7 (a) Graf $K_{1,5}$, (b) Pewarnaan Sisi pada Graf $K_{1,5}$, (c) Pewarnaan Simpul pada Graf $K_{1,5}$ dan (d) Pewarnaan Total pada Graf $K_{1,5}$

Dengan cara yang sama seperti pada graf $K_{1,5}$, diperoleh hasil pewarnaan total pada graf $K_{1,n}$, dengan $n = 2, 3, 4$ sebagai berikut.

(a) (b) (c)

Gambar 8 (a) Pewarnaan Total pada Graf $K_{1,2}$, (b) Pewarnaan Total pada Graf $K_{1,3}$ dan (d) Pewarnaan Total pada Graf $K_{1,4}$

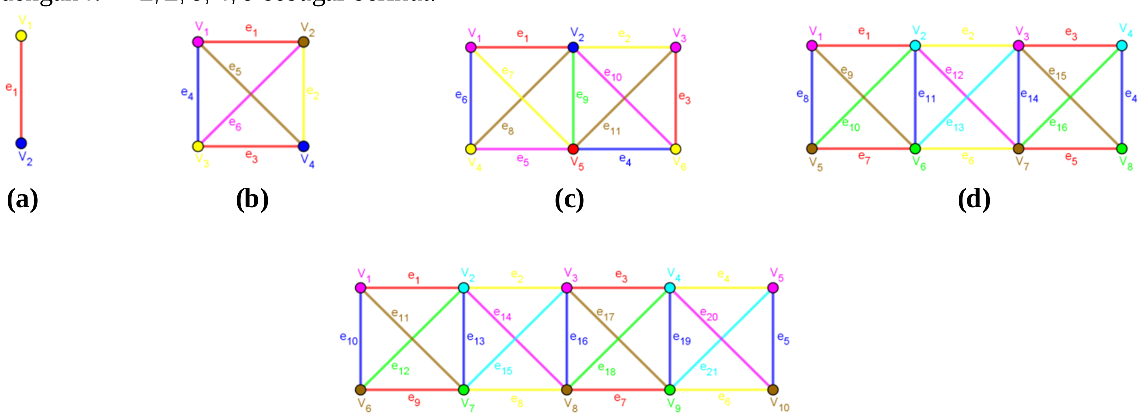
Berdasarkan Gambar 7 dan Gambar 8, dapat disimpulkan bahwa untuk graf $K_{1,n}$ diperoleh

$$\chi''(K_{1,n}) = \begin{cases} \Delta(K_{1,n}) + 1, untuk\ n = 3 \\ \Delta(K_{1,n}) + 2, untuk\ n = 2\ dan\ n \geq 4 \end{cases} \quad (1)$$

Dari algoritma diatas, diperoleh hasil dari pewarnaan total graf $K_{1,n}$ pada Persamaan 1.

Pewarnaan Total pada Graf $K_{2,n}$

Dengan cara yang sama seperti pada graf $K_{1,5}$, diperoleh hasil pewarnaan total pada graf $K_{2,n}$, dengan $n = 1, 2, 3, 4, 5$ sebagai berikut.



(a) (b) (c) (d)

(e)

Gambar 9 (a) Pewarnaan Total pada Graf $K_{2,1}$, (b) Pewarnaan Total pada Graf $K_{2,2}$, (c) Pewarnaan Total pada Graf $K_{2,3}$, (d) Pewarnaan Total pada Graf $K_{2,4}$ dan (e) Pewarnaan Total pada Graf $K_{2,5}$

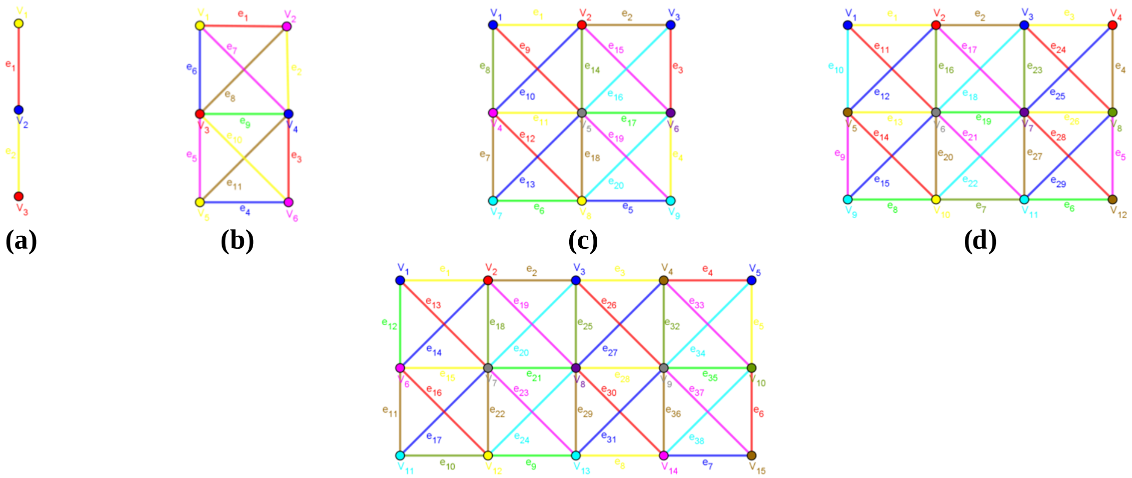
Berdasarkan Gambar 9, dapat disimpulkan bahwa untuk graf $K_{2,n}$ diperoleh

$$\chi''(K_{2,n}) = \begin{cases} \Delta(K_{2,n}) + 1, untuk\ n = 3 \\ \Delta(K_{2,n}) + 2, untuk\ 1 \leq n \leq 2\ dan\ n \geq 4 \end{cases} \quad (2)$$

Dari algoritma diatas, diperoleh hasil dari pewarnaan total graf $K_{2,n}$ pada Persamaan 2.

Pewarnaan Total pada Graf $K_{3,n}$

Dengan cara yang sama seperti pada graf $K_{1,5}$, diperoleh hasil pewarnaan total pada graf $K_{3,n}$, dengan $n = 1, 2, 3, 4, 5$ sebagai berikut.



(a) (b) (c) (d)

(e)

Gambar 10 (a) Pewarnaan Total pada Graf $K_{3,1}$, (b) Pewarnaan Total pada Graf $K_{3,2}$, (c) Pewarnaan Total pada Graf $K_{3,3}$, (d) Pewarnaan Total pada Graf $K_{3,4}$ dan (e) Pewarnaan Total pada Graf $K_{3,5}$

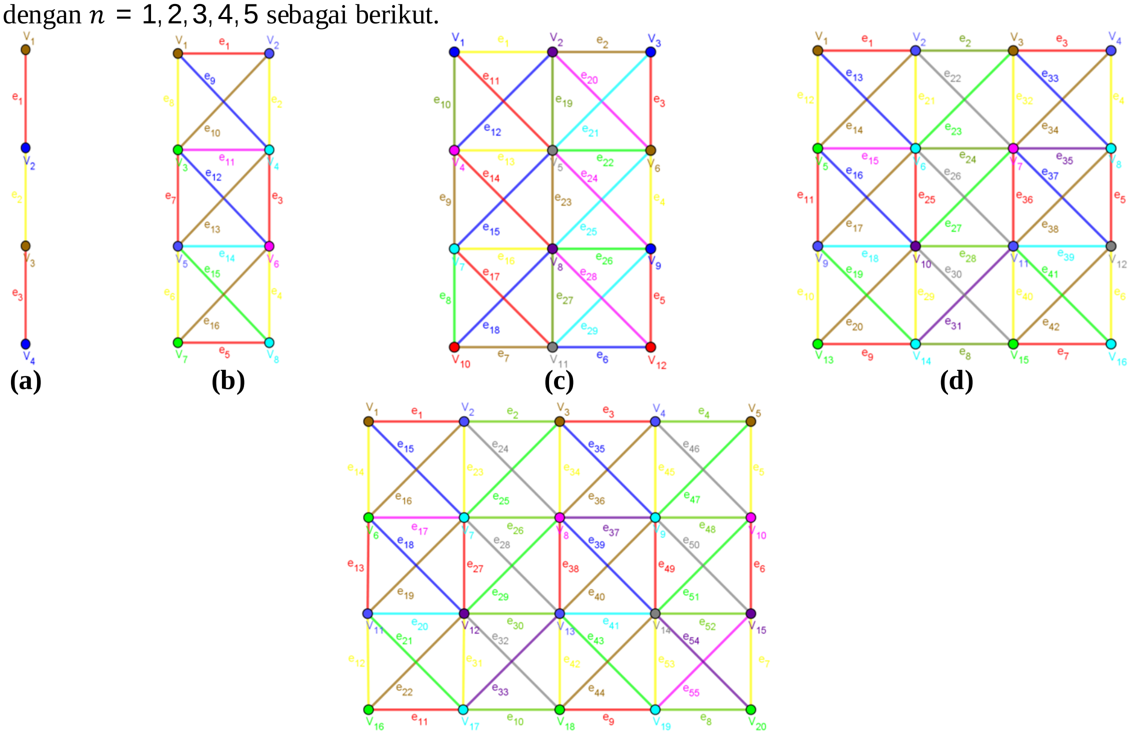
Berdasarkan Gambar 10, dapat disimpulkan bahwa untuk graf $K_{3,n}$ diperoleh

$$\chi''(K_{3,n}) = \begin{cases} \Delta(K_{3,n}) + 1, untuk\ 1 \le n \le 2 \\ \Delta(K_{3,n}) + 2, untuk\ n \ge 3 \end{cases} \tag{3}$$

Dari algoritma diatas, diperoleh hasil dari pewarnaan total graf $K_{3,n}$ pada Persamaan 3.

Pewarnaan Total pada Graf $K_{4,n}$

Dengan cara yang sama seperti pada Graf $K_{1,5}$, diperoleh hasil pewarnaan total pada graf $K_{4,n}$, dengan $n = 1, 2, 3, 4, 5$ sebagai berikut.



(a) (b) (c) (d)

(e)

Gambar 11 (a) Pewarnaan Total pada Graf $K_{4,1}$, (b) Pewarnaan Total pada Graf $K_{4,2}$, (c) Pewarnaan Total pada Graf $K_{4,3}$, (d) Pewarnaan Total pada Graf $K_{4,4}$ dan (e) Pewarnaan Total pada Graf $K_{4,5}$

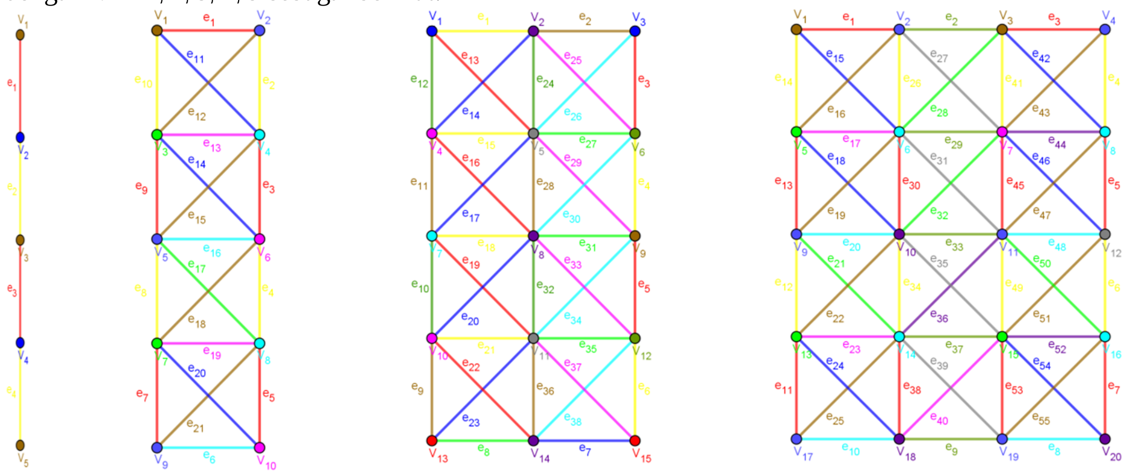
Berdasarkan Gambar 11, dapat disimpulkan bahwa untuk graf $K_{4,n}$ diperoleh

$$\chi''(K_{4,n}) = \Delta(K_{4,n}) + 2 \; untuk \; n \geq 1 \qquad (4)$$

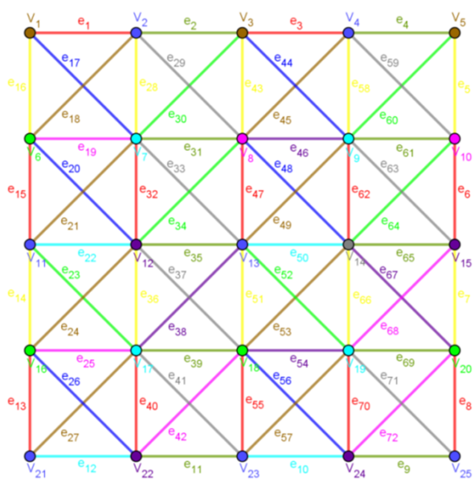
Dari algoritma diatas, diperoleh hasil dari pewarnaan total graf $K_{4,n}$ pada Persamaan 4.

Pewarnaan Total pada Graf $K_{5,n}$

Dengan cara yang sama seperti pada Graf $K_{1,5}$, diperoleh hasil pewarnaan total pada graf $K_{5,n}$, dengan $n = 1, 2, 3, 4, 5$ sebagai berikut.



(a) **(b)** **(c)** **(d)**



(e)

Gambar 12 (a) Pewarnaan Total pada Graf $K_{5,1}$, (b) Pewarnaan Total pada Graf $K_{5,2}$, (c) Pewarnaan Total pada Graf $K_{5,3}$, (d) Pewarnaan Total pada Graf $K_{5,4}$ dan (e) Pewarnaan Total pada Graf $K_{5,5}$

Berdasarkan Gambar 12, dapat disimpulkan bahwa untuk graf $K_{5,n}$ diperoleh

$$\chi''(K_{5,n}) = \Delta(K_{5,n}) + 2 \; untuk \; n \geq 1 \qquad (5)$$

Dari algoritma diatas, diperoleh hasil dari pewarnaan total graf $K_{5,n}$ pada Persamaan 5.

PENUTUP

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan, diperoleh bahwa derajat tertinggi pada graf K $(\Delta(K))$ sangat berpengaruh terhadap bilangan kromatik pewarnaan total pada graf raja. Bilangan kromatik $\chi''(G)$ pewarnaan total graf pada graf $K_{m,n}$:

1. Bilangan kromatik $\chi''(G)$ pada graf $K_{1,n}$:

$$\chi''(K_{1,n}) = \begin{cases} \Delta(K_{1,n}) + 1, untuk\ n = 3 \\ \Delta(K_{1,n}) + 2, untuk\ n = 2\ dan\ n \geq 4 \end{cases}$$

2. Bilangan kromatik $\chi''(G)$ pada graf $K_{2,n}$:

$$\chi''(K_{2,n}) = \begin{cases} \Delta(K_{2,n}) + 1, untuk\ n = 3 \\ \Delta(K_{2,n}) + 2, untuk\ 1 \leq n \leq 2\ dan\ n \geq 4 \end{cases}$$

3. Bilangan kromatik $\chi''(G)$ pada graf $K_{3,n}$:

$$\chi''(K_{3,n}) = \begin{cases} \Delta(K_{3,n}) + 1, untuk\ 1 \leq n \leq 2 \\ \Delta(K_{3,n}) + 2, untuk\ n \geq 3 \end{cases}$$

4. Bilangan kromatik $\chi''(G)$ pada graf $K_{4,n}$:

$$\chi''(K_{4,n}) = \Delta(K_{4,n}) + 2, untuk\ n \geq 1$$

5. Bilangan kromatik $\chi''(G)$ pada graf $K_{5,n}$:

$$\chi''(K_{5,n}) = \Delta(K_{5,n}) + 2, untuk\ n \geq 1.$$

DAFTAR PUSTAKA

[1] Munir R. *Matematika Diskrit*. Ed ke-3. Informatika Bandung. Bandung. 2010.

[2] Renyu Xu. Some Coloring Problems of Graphs. A Dissertation University of Paris Sclay. France. 2017.

[3] Prihasto B, Sumarno. Pewarnaan Total pada Graf Outerplanar. *Jurnal Teknik Pomits*. 2013. Vol. 1. No. 1: 1-6.

[4] Gupta A, Geetha J, Somasundaram K. Total Coloring Alghoritm for Graphs. *Applied Mathematical Sciences*. 2015. Vol. 9. No. 26: 1297-1302.

[5] Skiena S. *Combinatorics and Graph Theory with Mathematica*. Cambridge University Press. New York. 1990.

[6] Chartrand G, Zhang, P. Chromatic Graph Theory. Crc Press Company. New York. 2009.

FRANSISCA FEBRIANTI SUNDARI : Jurusan Matematika FMIPA Untan, Pontianak, fransiscaf210@gmail.com

NEVA SATYAHADEWI : Jurusan Matematika FMIPA Untan, Pontianak, neva.satya@math.untan.ac.id

SHANTIKA MARTHA : Jurusan Matematika FMIPA Untan, Pontianak, shantika.martha@math.untan.ac.id